1 Campo Elettrico

Assiomi:

1) A ogni punto materiale è associata una quantità scalare $m \in \mathbb{R}^+$ e una quantità scalare $q \in \mathbb{R}$

2) Legge di Coulomb:
$$\mathbf{F} = k\frac{qQ\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

3) Principio di sovrapposizione: cariche $\{q_1, q_2 \dots q_n\}$
$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{n} k\frac{Qq_i\hat{\mathbf{r}}_i}{r_i^2}$$

Campo classico di Faraday
mappa $\mathbf{E} : A \subseteq \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che:
$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = Q\mathbf{E}(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho(\mathbf{x}')}{r^2}d^3\mathbf{x}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{x}')\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}d^3\mathbf{x}'$$
dove $\rho(\mathbf{x}'$ è la densità di carica, mentre $\mathbf{x}$ è la posizione in cui si vuole calcolare il campo.

Filo percorso da corrente:
$$\mathbf{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2+L^2}}\mathbf{k}$$
dove L è la lunghezza del filo e λ la densità lineare di corrente.

Circonferenza percorsa da corrente:
$$\mathbf{E}(z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{\sqrt{(z^2+a^2)^3}}\mathbf{k}$$
dove a è il raggio della circonferenza.

Disco pieno:
$$\mathbf{E}(z) = \pm\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{|z|}{\sqrt{(z^2+a^2)}}\right)\mathbf{k}$$
dove σ è la densità superficiale di carica e a è il raggio del disco.

Condensatore: all'esterno delle piastre il campo è nullo, all'interno è
$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Angolo solido:
$$d\Omega R^2 = ds, \int d\Omega = 4\pi$$

Teorema di Gauss: il flusso è
$$\Phi_V(\mathbf{E}) = \int_{\partial V}\mathbf{E}d\mathbf{A} = \begin{cases} \frac{q}{\epsilon_0}, & \text{se } q \in V \\ 0, & \text{se } q \notin V \end{cases}$$

$$\Phi_V(\mathbf{E}) = \int_{\partial V} \mathbf{E} d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{x}$$

$$\Longrightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho(\mathbf{x})}{\epsilon_0}$$

Conservatività di E: $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, $\mathbf{E} = -\nabla V$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} d^3\mathbf{x}'$$

dove V è il **potenziale elettrico**.

Teorema di Stokes:

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{F}) d\mathbf{A} = \oint_{\partial S} \mathbf{F} dl$$

Lavoro:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\int_V \rho(\mathbf{x}) V(\mathbf{x}') d^3\mathbf{x}' = U$$

Equazioni:

1) Poisson : $\nabla^2 V = -\frac{\rho(\mathbf{x})}{\epsilon_0}$

2) Laplace : $\nabla^2 V = 0$

Dove l'operatore $\nabla^2 V$ indica il Laplaciano di V, cioè $\nabla \cdot (\nabla V)$.

Circuiti:

$$i = \frac{dq}{dt}, j = \frac{dq}{dAdt} = \frac{i}{dA}$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t)\mathbf{v}$$

Equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

Legge di Ohm:

$$\Delta V = Ri$$

Legge di Joule:

$$P = \Delta V i = Ri^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Capacità condensatore: $C = \frac{Q}{\Delta V}$

Leggi di Kirckhoff:

1) $\sum_n i_n = 0$

2) $\sum_n V_n = 0$

dove i è la corrente, j è la densità di corrente, ΔV è la variazione di potenziale e R è la resitenza.